

Нормировка спектра мощности возмущений плотности.

Для проведения линейного анализа развития возмущений и расчета основных характеристик крупномасштабной структуры Вселенной необходимо определение постоянной нормировки, входящей в уравнение. Существует несколько различных методов нормировки спектра возмущений плотности.

Нормировка на 10° -ную анизотропию РИ.

После детектирования температурной анизотропии реликтового излучения (РИ) (Smoot et al., 1992) стала распространенной нормировка на данные COBE (Smoot et al. 1992, Bennet et al. 1994, Bennet et al. 1996, Stompor 1994, Stompor et al. 1995) на температурную анизотропию РИ в угловом масштабе 10° :

$$\left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle = 1.1 \times 10^{-5}.$$

Наблюдения флуктуаций температуры РИ на масштабах COBE ($\sim 10^\circ$ на небесной сфере) связаны с амплитудой и формой спектра неоднородностей на масштабах больших размера горизонта на момент рекомбинации. Вследствии этого начальный спектр мощности возмущений на этих масштабах не подвержен влиянию переходной функции. Т.е. наблюдения анизотропии реликтового излучения на масштабах COBE позволяют получить независимую от модели скрытой материи нормировку спектра мощности и, более того, эти наблюдения позволяют независимо оценить байсинг-параметр (речь о котором пойдет ниже) для данной космологической модели (Bennett 1996). Но на этих масштабах может оказаться существенным вклад гравитационных волн в анизотропию РИ, т.к. как было сказано ранее в общем случае, существует три источника анизотропии реликтового излучения (в соответствии с делением на три моды возмущения метрики): скалярная мода (возмущения плотности материи и потенциальные возмущения поля скоростей), векторная мода (вихревые возмущения поля скоростей), тензорная мода – гравитационные волны.

Основной вклад в анизотропию РИ на больших масштабах оказывает эффект Сакса-Вольфа (Sachs and Wolfe, 1967), который связывает флуктуации температуры РИ с возмущением метрики на сфере последнего рассеяния и ее эволюцией вдоль распространения светового луча:

$$\frac{\delta T}{T} = -\frac{1}{2} \int_{\eta_{rec}}^{\eta_o} \frac{\partial h_{ik}}{\partial \eta} e^i e^k d\eta,$$

где интеграл берется вдоль траектории светового луча с касательным к ней вектором e^i , η_{rec} – конформное время в момент рекомбинации, η_o – современный момент времени.

Последняя формула более подробно:

$$\frac{\Delta T}{T}(\vec{e}) = \left(\frac{1}{4} \delta_\gamma - \vec{e} \vec{v}_b + \frac{1}{2} h_{00} \right)_E + \frac{1}{2} \int_E^R \frac{\partial h_{ik}}{\partial \eta} e^i e^k dy, \quad (1.23)$$

where h_{ik} – возмущение метрики, $(ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k = (g_{ik}^{(0)} + h_{ik}) dx^i dx^k)$, $\vec{y} = \vec{e}(\eta_R - \eta)$, $e^i = (1, -\vec{e})$, δ_γ – плотность энергии фотонов, v_b – скорость барионов. Слагаемые в скобках описывают, соответственно:

- флуктуацию температуры γ -квантов, связанную с флуктуацией их плотности $\rho_\gamma = \sigma T_\gamma^4$ на сфере последнего рассеяния;
- Допплер-эффект, связанный с движением электронов;
- гравитационный потенциал на сфере последнего рассеяния.

Интегральный член описывает изменение красного смещения при распространении γ -квантов от момента рассеяния E до момента приема R в изменяющемся гравитационном поле.

Функция $\frac{\delta T}{T}$ может быть разложена по нормированным сферическим функциям:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \varphi) = \int_{\Omega} a_{lm} Y_{lm}(\mu, \varphi) d\Omega = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi),$$

где θ, φ – сферические угловые координаты, связанные с направлением \vec{e} на небесной сфере, $l = \frac{2\pi}{\theta}$; $Y^{lm}(\theta, \varphi)$ – нормированные сферические функции.

Таким образом, эффект Сакса-Вольфа позволяет связать коэффициенты разложения a_{lm} с начальным спектром следующей функциональной зависимостью (Peebles, 1982):

$$c_l(\theta) \equiv \sum_m \langle |a_{lm}|^2 \rangle = \frac{2l+1}{16\pi} \frac{1}{x} \int_0^\infty \frac{dk}{k^3} P(k) J_{l+\frac{1}{2}}^2(kx),$$

где $l(\theta)$ называется корреляционной функцией, $x = \frac{2c}{H_0} = 12000$ – конформный размер горизонта на сегодняшний день, а $J_{l+\frac{1}{2}}(kx)$ – функции Бесселя.

Адаптируя выражение для мультипольных коэффициентов к конкретному эксперименту (две антенны на угловом расстоянии θ), необходимо ввести функцию окна – аппаратную функцию:

$$\left\langle \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 \right\rangle = \sum_{l=2}^{\infty} \langle |a_l|^2 \rangle W(l, \sigma) = \sum_{l=2}^{\infty} \langle |a_l|^2 \rangle e^{-(l+0.5)^2 (0.425\sigma)^2},$$

где для COBE $\sigma = 10^\circ$ и $(0.425\sigma)^{-1} = 13.5$.

Вычисление $c_l(\theta = 10^\circ)$ – это и есть вычисление квадрупольной составляющей анизотропии РИ.

Нормировка на дисперсию контраста плотности в $8h^{-1}$ мпк σ_8 .

До измерения температурной анизотропии РИ общепринятой являлась нормировка на среднеквадратичные отклонения возмущений плотности в сфере радиуса $8h^{-1}$ Мпс¹.

¹Этот масштаб связан с масштабом нелинейности – физическим расстоянием, проходимым галактикой за космологическое время, т.е. со времени ее образования до настоящего момента в ходе расширения Вселенной.

Т.е. нормировка в этом случае осуществляется фиксацией дисперсии σ_8 , определяемой по подсчетам флуктуаций количества галактик в $8h^{-1}$ мпк (White et al., 1994) в формуле:

$$\sigma_8 = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty Ak^n k^2 T^2(k) W^2(k, 8) dk. \quad (1.26)$$

Эта нормировка связана со следующей трудностью (Dekel and Rees, 1987): необходимо делать допущение о связи распределения возмущений полной плотности материи с флуктуацией числа галактик (возмущением барионного вещества) в области $8h^{-1}$ мпк в формуле $\left(\frac{\delta N}{N}\right) = b \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)$. Т.е. получают из наблюдений $\left(\frac{\delta N}{N}\right)_{obs} \Big|_{8h^{-1}} \sim 1$, где N – количество вириализованных объектов в $8h^{-1}$ мпк, а из теории – следующее соотношение:

$$\left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)_{theor} = \sqrt{\left\langle \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)^2 \right\rangle_{all(\vec{r})}} = \sigma(R = 8Mpc)_{theor}$$

И далее, чтобы найти b , сравнивают $\frac{\delta N_{cl}}{N_{cl}}$, полученные из обработки наблюдений каталогов (эта величина получается разной для разных типов галактик) и $\frac{\delta N_{cl}}{N_{cl}}$ – значения, полученные в результате многочастичного моделирования (White et al., 1994).

Таким образом, с одной стороны, нормировка на σ_8 модельно зависима, т.к. величина флуктуаций плотности $\frac{\delta \rho}{\rho}$ на данном масштабе определяется моделью – природой скрытого вещества. С другой стороны эта величина зависит от точности наблюдений флуктуаций числа скопления галактик $\frac{\delta N}{N}$ в $8h^{-1}$ мпк.

При данной нормировке важно, что фиксируются именно скалярные возмущения в масштабе $8h^{-1}$ Мпс, тогда как температурные флуктуации вычисляются и их сравнение с наблюдениями является одним из тестов модели. При этом, т.к. $\frac{\Delta T}{T}$ могут быть обусловлены не только скалярной модой, но также и гравитационными волнами, посредством требования соответствия теоретически рассчитанных флуктуаций с данными измерений, возможно ограничить вклад гравитационных волн в анизотропию РИ. На сегодняшний момент наиболее популярным способ расчета σ_8 – статистическое сравнение теоретической функции масс гравитационно-связанных объектов с наблюдаемой, т.к. функция масс экспоненциально зависит от величины σ_8 (см Рис.3).

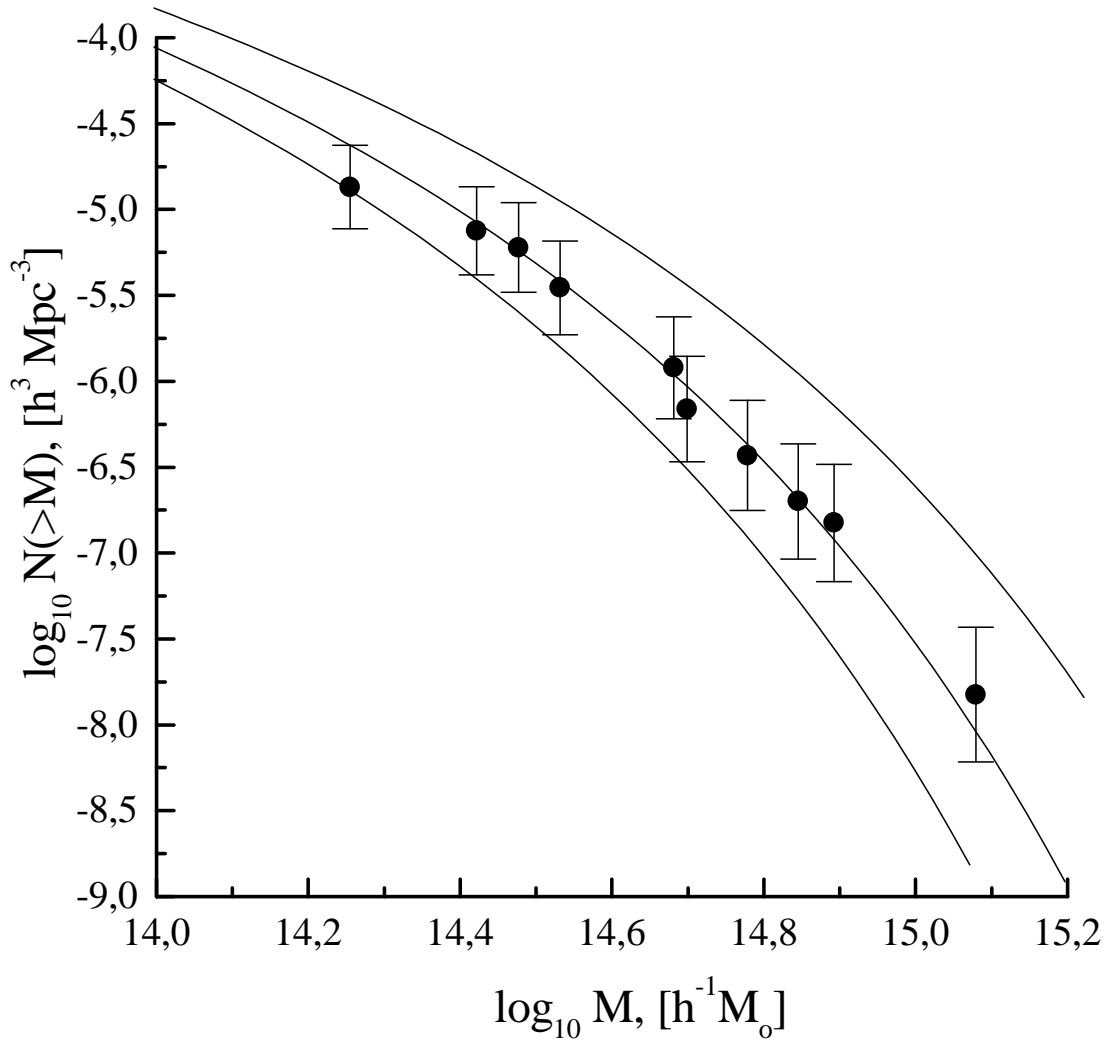


Рис. 1: Зависимость функции масс скоплений галактик $N(> M)$ от σ_8 (0.61, 0.52, 0.47 для линий сверху вниз, соответственно).