

Функция масс гравитационно-связанных объектов.

Формализм Пресса-Шехтера построения функции масс.

Линейный этап эволюции контраста плотности продолжается до тех пор, пока $\delta \leq 1$. Точный расчет для сферически-симметричного коллапса, проведенный Гунном и Готом (Gunn and Gott, 1972) дает следующее значение для критического δ , определяющего переход от линейной стадии эволюции к нелинейной в плоской Вселенной с $\Lambda = 0$: $\delta_c = 1.68$. При $\delta > \delta_c$ уже нельзя применять линейную теорию, которая предполагает независимое поведение различных гармоник. Необходимо учитывать их взаимодействие, а значит, нельзя воспользоваться разложением в ряд Фурье, т.к. на нелинейной стадии фазы возмущений не являются независимыми, а сильно коррелированы. Прямое решение динамического уравнения (1.13) с ненулевой правой частью (равной $F = F(\delta_{k-1}, \delta_k, \delta_{k+1}, \dots)$) технически сложно, и поэтому для описания нелинейной структуры пользуются следующими методами: статистикой пиков (Bardeen et al., 1986, Bond et al., 1991) и феноменологической теорией Пресса-Шехтера (далее PS) (Press and Schechter, 1974).

Следуя PS, предположим, что амплитуда длинноволновых возмущений ($\geq 8\text{мпк}$) и на нелинейной стадии описывается гауссовым законом (1.15), т.е. близка к величине, предсказываемой линейной теорией. Тогда вероятность того, что на данном масштабе случайным образом выбранная область имеет $\delta > \delta_c$, определяется формулой:

$$P(\delta > \delta_c) = \int_{\delta_c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(R)} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2(R)}} d\delta. \quad (1.27)$$

PS предположили, что $P(\delta > \delta_c) = P(M > M_c)$, т.е. вероятность найти в случайно выбранной сфере масштаба R (соответствующего данному размеру функции окна) значение $\delta > \delta_c$ равна вероятности обнаружить в этом участке пространства гравитационно-связанный объект (гало) с массой $M = \frac{4\pi}{3}\rho a^3 R^3$. Т.е., дифференциальная функция распределения объектов по массам выглядит следующим образом:

$$f(M) = \frac{dn}{dM} = \frac{\rho_0}{M} \left| \frac{dP}{dM} \right|,$$

$$\frac{dn}{dM} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\rho_0 \delta_c}{M} \frac{1}{\sigma^2} \left| \frac{d\sigma}{dM} \right| e^{-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2}}. \quad (1.28)$$

Интегральное распределение гало по массам – функция масс (ФМ) – определяется следующим выражением:

$$N(> M) = \int_M^{+\infty} \frac{\partial(M')}{\partial M'} dM'. \quad (1.29)$$

В рассмотренном подходе имеется следующая трудность: связанными в объекты произвольной массы оказывается только половина вещества во Вселенной, оставшаяся же половина равномерно распределена по объектам малой массы (если в формуле

(1.27) устремить $\sigma(R)$ к нулю, то $P \rightarrow \frac{1}{2}$). Т.е. необходимо учесть фактор 2 для того, чтобы полная вероятность найти объект любой массы при любом значении $\sigma(R)$ равнялась 1 ($P = 1$). Решение этой проблемы было найдено (Lacey and Cole, 1993).

Отметим, что формализм PS хорошо работает на масштабах, близких к линейным, и становится неприменим на масштабах, соответствующих нелинейным объектам, в силу предположения о гауссовом характере случайного поля контраста плотности.

На сегодняшний момент описанный формализм многократно проверялся численным моделированием и показал высокую степень точности расчета, но также известно многочисленные уточнения формулы Пресса-Шехтера, связанные с учетом несферичностью коллапса, неравномерным распределением вещества в коллапсирующем объекте и др., но эти поправки не превышают 10% точности классической формулы Пресса-Шехтера.

Путем сравнения наблюдаемой функции масс с теоретической можно также сделать выводы о количественном и качественном составе темного вещества (см Рис. 4).

Эволюция функции масс гравитационно-связанных систем.

Эволюция функции масс гало $N(> M)$ вводится посредством эволюции дисперсии контраста плотности:

$$\sigma^2(R, z) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty P(k, z) |W(kR)|^2 k^2 dk, \quad (1.30)$$

где (Kofman and Starobinsky, 1985):

$$P(k, z) = Ak^n T^2(k, z) \left[\frac{D(z)}{D(0)} \right]^2,$$

а фактор роста

$$D(z) = \frac{g(\Omega_m(z))}{g(\Omega_m(0))} (1+z). \quad (1.31)$$

Для моделей с $\Omega_\Lambda \neq 0$ формулу (1.30) можно переписать в виде (1.21).

Зависимость плотности материи от z описывается следующим выражением (Carroll et al., 1992):

$$\Omega_m(z) = \Omega_m \frac{(1+z)^3}{(1 - \Omega_m + (1+z)^3 \Omega_m)},$$

где $\Omega_m \equiv \Omega_m(0)$. Существует также небольшая зависимость порогового контраста плотности от z и Ω_Λ (Lacey and Cole, 1993, Madau, 1996, Eke et al., 1996, Locas and Hoffman, 2000).

Поскольку космологическая постоянная сильно влияет на эволюцию масштабного фактора и рост возмущений плотности, функция масс скоплений галактик оказывается очень чувствительна к этому параметру и сравнение эволюции теоретической функции масс с наблюдаемой предоставляет независимую информацию о величине космологической постоянной (см Рис. 5).

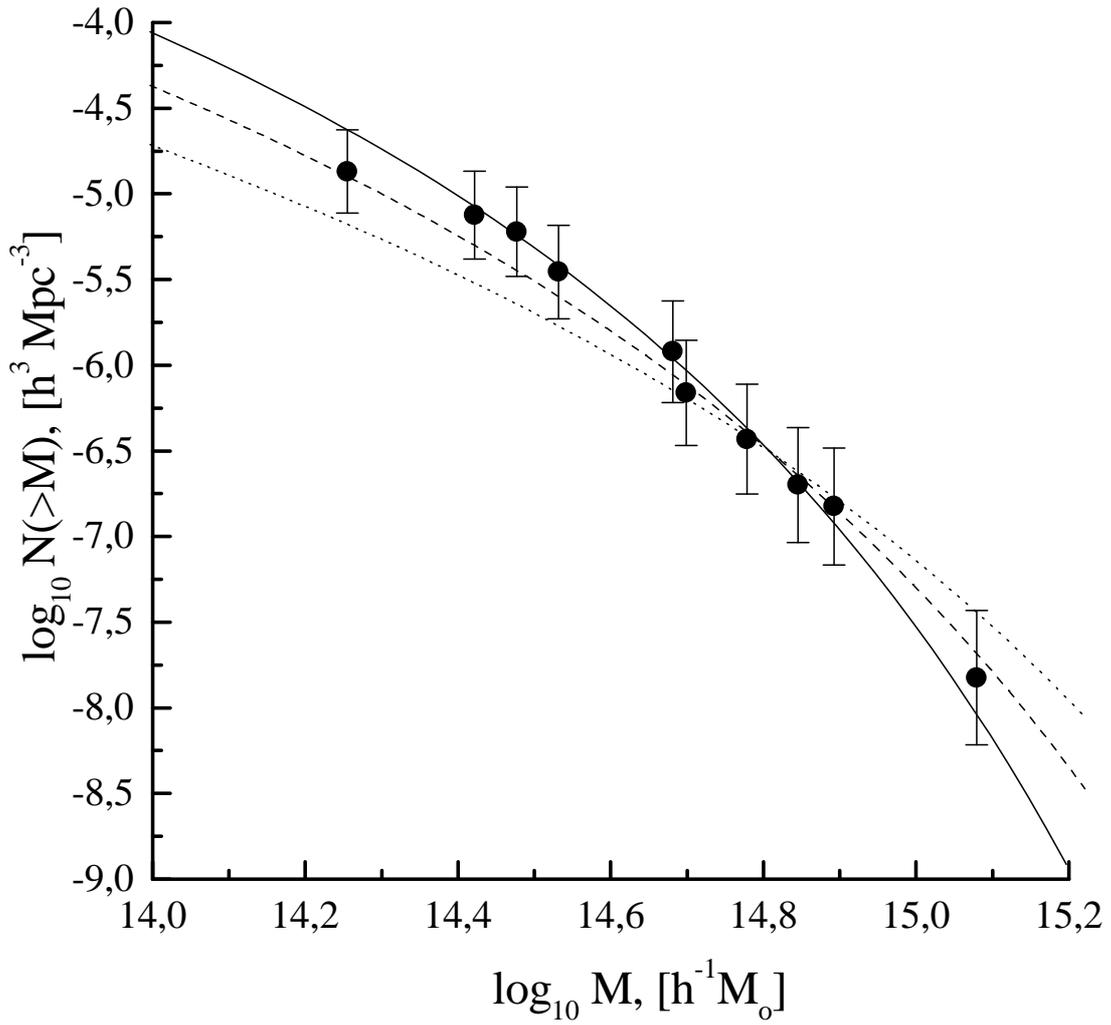


Рис. 1: Зависимость функции масс скоплений галактик $N(> M)$ от величины горячей компоненты скрытого вещества. Сплошная кривая соответствует модели с $\Omega_{\nu} = 0$, штрихованная - $\Omega_{\nu} = 0.2$, пунктирная - $\Omega_{\nu} = 0.4$.

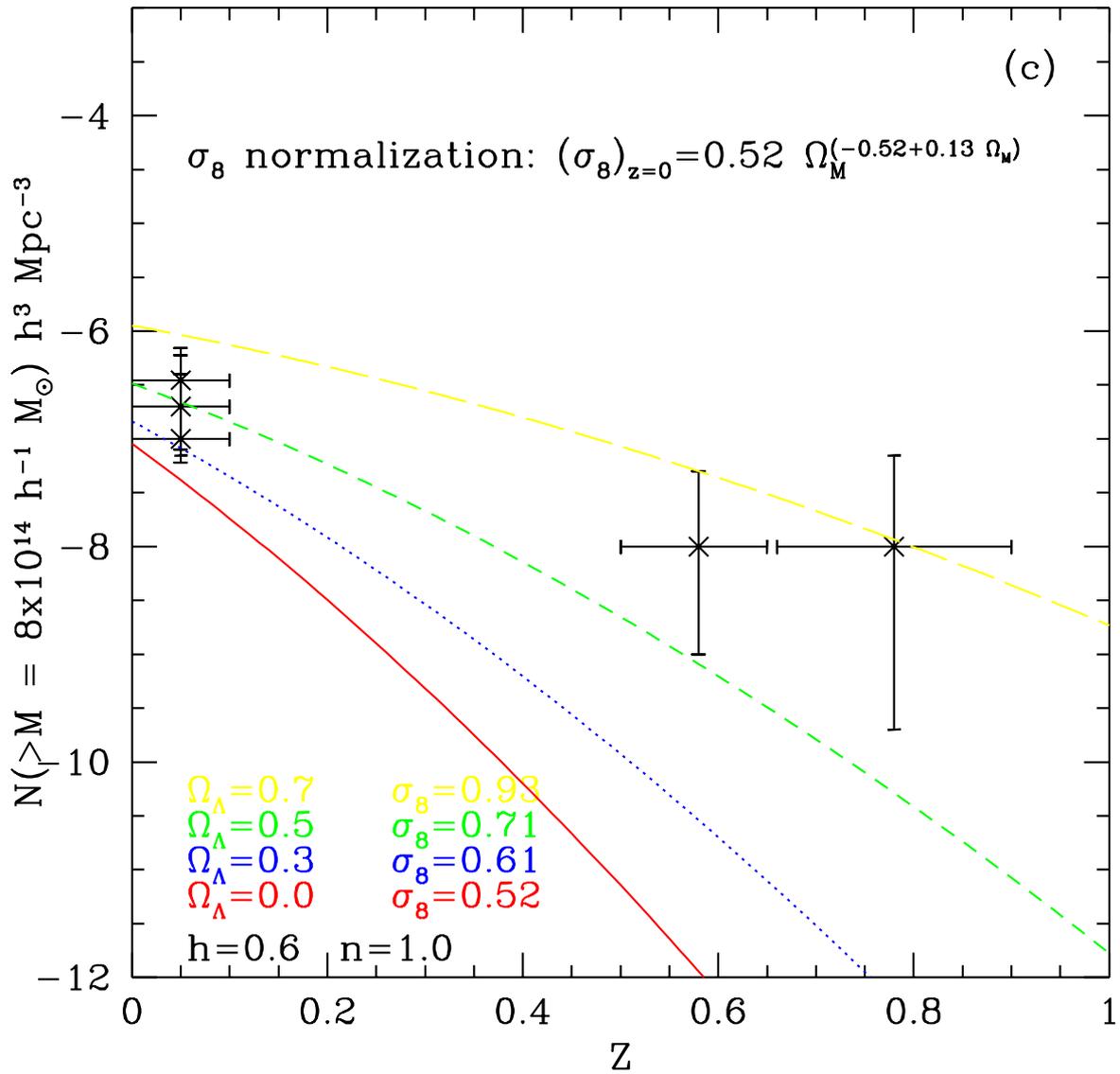


Рис. 2: Эволюция функции масс скоплений галактик $N(> M = 8 \cdot 10^{14} M_\odot, z)$ для различных $\Omega_\Lambda = 0, 0.3, 0.5, 0.7$.